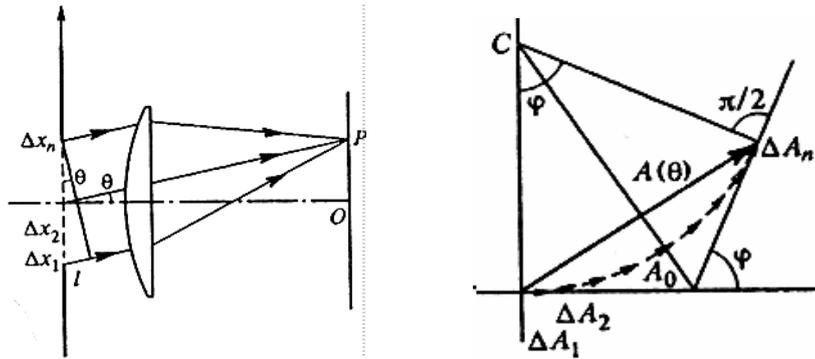


Урок №28 (20.12.2007) Дифракция Фраунгофера.

1. Дифракция в параллельных лучах.

Основные идеи Фраунгофера:

- Возьмем тонкую щель – больше освещенность и легче наблюдать. В качестве источника света берем светящуюся нить.
- Соберем параллельные лучи линзой – теперь оптическая разность хода разных лучей зависит только от угла, под которым щель видна от данной точки экрана (нет дополнительной разности хода от разных частей щели – основного эффекта в дифракции Френеля).



Сложение колебаний от разных областей щели можно проводить с помощью фазовой диаграммы.

Заметим, во-первых, что угол φ легко считается из пропорции: $\varphi = 2\pi$ при $l = \lambda$.

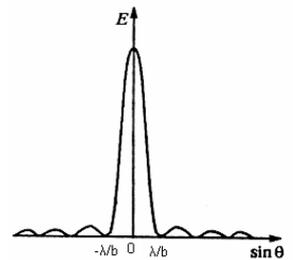
Поэтому $\varphi = 2\pi \frac{l}{\lambda} = 2\pi \frac{b \sin \theta}{\lambda}$, где b – ширина щели.

Во-вторых, длина дуги равна амплитуде колебаний A_0 в центре экрана (алгебраическая сумма длин всех векторов).

В итоге, для амплитуды в точке экрана P , из которой щель видна под углом θ , имеем: $A(\theta) = 2R \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \frac{A_0}{\varphi} \sin \frac{\varphi}{2}$, или $A(\theta) = A_0 \frac{\sin(\varphi/2)}{\varphi/2}$. Интенсивность $I(\theta)$ в

точке P пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(\varphi/2)}{(\varphi/2)^2}, \text{ где } \varphi = 2\pi \frac{b \sin \theta}{\lambda}.$$



2. Дифракция в опыте Юнга

Маленькое повторение: в опыте Юнга бесконечно узкие щели располагались на расстоянии d друг от друга. При этом интенсивность в любой точке экрана давалась формулой $I = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$, где $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$. С другой стороны

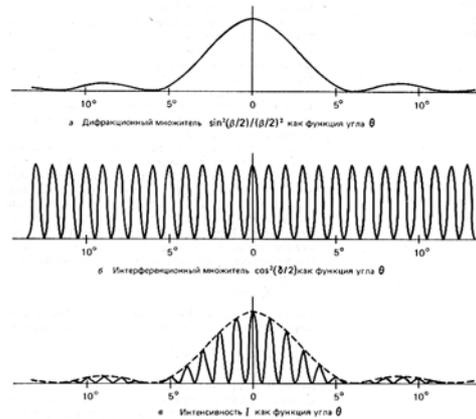
дифракция Фраунгофера на щели, шириной b создает на экране под углом θ интенсивность $I = I_0 \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2$, где $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta$.

Попробуем объединить эти два эффекта. Т.к. в дифракции Фраунгофера экран находится бесконечно далеко от щелей, то дифракционная составляющая от обеих щелей будет одинакова (точнее сдвинута на расстояние между щелями d , что много меньше характерных линейных размеров картинке на экране). Т.е. у нас, фактически, два эффекта «наложатся» друг на друга.

В итоге мы получим для интенсивности выражение:

$$I_{\theta} = I_0 \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$
 Иногда, первый множитель называют *дифракционным*, а второй *интерференционным*.

Картинка, которая получится на экране при соотношении $d = 6D$, $D = 10\lambda$:



Задача.

Посчитать, какое количество интерференционных пиков будет находиться в центральном дифракционном максимуме?

Решение.

Первый минимум дифракционной картины соответствует условию $\sin \theta = \lambda/D$. Т.к. $d = 6D$, то $d \sin \theta = 6\lambda$. Интерференционные максимумы отвечают условию: $d \sin \theta = m\lambda$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, т.е. у нас $m = 6$, и этот пик не возникнет. Между этими значениями будут пики с $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 5$. В результате у нас получится 11 пиков.

3. Полная картина от дифракционной решётки

На прошлом уроке мы получили, что решётка с N штрихами даёт на экране в параллельных лучах следующее распределение по интенсивности:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}, \text{ где } \varphi = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}.$$

Общая картина получается «перемножением» двух эффектов: интерференции от N щелей и дифракции от каждой щели.